

Spectral-Graph-Theory

Recitation 06

4. חזרה ^{המשפט} נקרו $V, G_n(p)$ (כאן V שדה זריז) הם $V = [n]$ ובעזרת (i, j) ק"מ $n \times n$ בדיאגונל p , בעל/ל n שטח הקטע $G_n(p)$ - (כאן $n \times n$ של קב' n הארעם) הם קורצריז.

11c. $G_f(n)$ is the number of

$$M_{G_n(p)}^{(i,j)} = \begin{cases} 1 & \text{w.p. } p \\ 0 & \text{w.p. } 1-p. \end{cases}$$

$\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}, \mathbb{O}, \mathbb{S}, \mathbb{F}, \mathbb{A}, \mathbb{B}$

$$R(i, j) = \begin{cases} -p & \text{w.p. } (1-p) \\ (1-p) & \text{w.p. } p. \end{cases}$$

$$M = \frac{P(J-I) + R}{\begin{pmatrix} 0 & P \\ P & 0 \end{pmatrix} + R}$$

ה'אח פנח ח'ח'' ר ח'ח'' ח'ח'' ח'ח'' ח'ח''

מ ס ח'ח'' ח'ח'' ח'ח'' ח'ח'' ח'ח'' ח'ח''

הכא R מוגדר, $\mu_1 \sim \mu$ כל δ נתונה מקסימלית,

כל R , μ_1 מוגדר, $\mu_1 \sim \mu$ כל δ נתונה מקסימלית,

$$|\mu_1| \leq \text{Tr}(R^2)^{\frac{1}{2}}$$

$\in \text{Neren.}$

הוכחה:

א

$$|\mu_1|^2 \leq \text{Tr}(R^2) = \sum \mu_i(R^2) = \sum \mu_i^2$$

נניח שהוכחנו $E(\text{Tr}(R^2)) \leq u$

יוצר נא $p(|X| \geq a) \leq \frac{E(|X|)}{a}$ מרקוב:

$$p(|\mu_1| \geq a \cdot u^{\frac{1}{2}}) \leq p(\text{Tr}(R^2) \geq a^2 u) \leq \frac{u}{a^2 u} = \frac{1}{a^2}$$

$$p(|\mu_1|^2 \geq a^2 u)$$

כל $\delta > 0$ $(1+\delta) \approx a$ $\frac{1}{(1+\delta)^2} \approx \frac{1}{a^2}$ $|\mu_1| \leq (1+\delta) u^{\frac{1}{2}}$

השלם $E(\text{Tr}(R^2)) \leq u = 2n(4np(1-p))^{\frac{1}{2}}$ δ הוכיח: δ נתון:

כל $\delta > 0$ $(1+\delta) \approx a$ $\frac{1}{(1+\delta)^2} \approx \frac{1}{a^2}$ $|\mu_1| \leq (1+\delta) u^{\frac{1}{2}}$

$$|\mu_1| \leq (1+\delta) (2n(4np(1-p))^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \leq 2 \cdot \sqrt{np(1-p)}$$

$$E(\text{Tr}(R^L)) \leq 2n (4pn(1-p))^{L/2}$$

לכן $L \geq \frac{2 \ln(2n)}{\ln(4pn(1-p))}$ המקיים

אם p קטן מספיק אז $4pn(1-p) < 1$ והכפול מתכנס:

$$E(R_{i,j}) = -p \cdot (1-p) + p(1-p) = 0$$

$$E(|R_{i,j}|^L) = (1-p)^L \cdot p + (-p^L)(1-p) \leq p(1-p)$$

אם $E(\text{Tr}(R^L))$ אז $E(R_{i,j}^L)$ וזה כפול ב n

אם $E(R_{i,j}^L)$ אז $E(R_{i,j}^L)$ וזה כפול ב n

$$R^L(0,0) = \sum_{a_1, \dots, a_{L-1}} R(0,a_1)R(a_1,a_2) \dots R(a_{L-1},0)$$

אם d_i אז $R(b_i, c_i)$ אז $R(b_i, c_i)$ אז $R(b_i, c_i)$

$$R^L(0,0) = \sum_{\text{מסלול}} \prod_{i=1}^L R(b_i, c_i)^{d_i}$$

אם $d_i = 1$ אז $R(b_i, c_i) = 0$

$$E(R^L(0,0)) = \sum \prod E(R(b_i, c_i)^{d_i})$$

$$E(R(b_i, c_i)^{d_i}) = 0 \quad d_i = 1$$

אם $d_i \geq 2$ אז $E(R(b_i, c_i)^{d_i}) \leq p(1-p)$ אז $E(R(b_i, c_i)^{d_i}) \leq p(1-p)$ אז $E(R(b_i, c_i)^{d_i}) \leq p(1-p)$

$$\mathbb{E}(R_{(0,0)}^p) \leq \sum_{k=1}^{p/2} (W_{n,p,k} (p(1-p))^k)$$

$$|W_{n,k}| \leq n^k 2^l q^{4(l-k)} \quad \therefore (\text{כוח } l)$$

$$np(1-p) \geq 2\ell^2 \quad p \sim \frac{1}{n} \text{ , 's' } \int \text{ etc } \underline{\text{Gödel's}}$$

$$E(\text{Tr}(R^2)) \leq 2n \overline{(4np(1-p))^{\frac{1}{2}} : \text{Sic}}$$

$$\left(\sum_{k=r}^p t_k \right), \quad t_k = |W_{n,g,k}| \cdot (p(1-p))^k \quad \text{הוכחה: } \mu$$

$$\frac{t_{k+1}}{t_k} = \frac{n^{k+1}}{n^{k+1}} \cdot \frac{2^k}{2^k} \cdot \frac{2^{k(2-2k-2)}}{2^{k(2-2k)}} \cdot \frac{(p(1-p))^{k+1}}{p(1-p)^k} \geq 2$$

$$\begin{aligned} E(R_{(0,0)}^{\ell}) &= \sum_{k=0}^{\ell} t_k = t_{\ell/2} \sum_{k=0}^{\ell} \frac{t_k}{t_{\ell/2}} \quad \text{r.i.g.} \quad \text{sic} \\ &= t_{\ell/2} \sum_{k=0}^{\ell} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-\ell/2} \leq 2 \cdot t_{\ell/2}. \end{aligned}$$

$$\mathbb{E}(\text{Tr}(\mathbb{R}^e)) \leq 2 \cdot n \cdot t_{\mathbb{R}/2} = 2n(4np(1-p))^{1/2}$$

